Jean-Marie Dufour
29 avril 2003

Université de Montréal
ECN 6238
Économétrie des séries chronologiques
Examen final

Aucune documentation permise
Calculatrice permise
Durée : 3 heures

10 points 1. Démontrez que la fonction d'autocovariance d'un processus stochastique stationnaire du second ordre (sur les entiers) est nécessairement paire et positive semi-définie.

15 points 2. Soit le processus

$$(1 - B + 0.25\, B^2)X_t = (1 + B)u_t$$

où $(u_t : t \in \mathbb{Z}) \sim BB(0, \sigma^2)$.

(a) Ce processus est-il stationnaire causal ?

(b) Si oui, trouvez

i. les coefficients de la représentation moyenne mobile de X_t ;

ii. la fonction d'autocovariance de X_t .

15 points 3. Considérez le modèle décrit par les hypothèses suivantes :

(1) $Y_t = \sum_{j=1}^{p} \varphi_j Y_{t-j} + u_t\,, \quad t = p+1,\, \ldots\,,\, T\,;$

(2) $\{u_t : t = 1,\, \ldots\,,\, T\} \sim IID(0,\, \sigma^2)\,;$

(3) le polynôme $\varphi(z) = 1 - \varphi_1 z - \varphi_1 z^2 - \cdots - \varphi_p z^p$ a toutes ses racines sur le cercle unité sauf possiblement une qui peut être égale à 1.

Décrivez une procédure qui permet de tester l'hypothèse que le polynôme $\varphi(z)$ a une racine sur le cercle unité.

40 points 4. Soit $\{(X_t,\, Y_t) : t \in \mathbb{Z}\}$ un processus stationnaire au sens large strictement non déterministe.

(a) Que veut-on dire par l'expression "stationnaire au sens large" ?

(b) Qu'implique le théorème de Wold multivarié pour ce processus ?

(c) Que veut dire l'expression "strictement non déterministe" ?

(d) Expliquez les expressions suivantes :

   i. X cause Y ;
   ii. Y cause X instantanément ;
   iii. il y a rétroaction entre X et Y.

(e) Si on dit que $(X_t,\, Y_t)$ suit un processus ARMA, qu'est-ce que cela signifie ?

(f) En supposant que $(X_t,\, Y_t)$ possède une représentation autorégressive, donnez une caractérisation de la relation $X \nrightarrow Y$:

   i. à partir de la représentation autorégressive du processus $(X_t,\, Y_t)$;
   ii. à partir de la représentation moyenne mobile du processus $(X_t,\, Y_t)$;
   iii. à partir des représentation univariées des processus X_t et Y_t.

(g) Décrivez une méthode permettant de tester l'hypothèse que les processus X et Y sont indépendant entre eux.

(h) Décrivez une méthode permettant de tester l'hypothèse que X cause Y au sens de Granger.

20 points 5. Décrivez l 'approche de Tiao et Box (JASA, 1981) pour l 'identification et l'estimation de modèles ARMA multivariés. En particulier, soyez certains de préciser :

(a) la classe de modèles utilisés ;

(b) la méthode employée pour identifier l'ordre d'un processus MA ;

(c) la méthode employée pour identifier l'ordre d'un processus AR ;

(d) l'approche employée pour l'estimation et la validation du modèle.